Рациональное выполнение вычислений

Кострова Светлана Николаевна,

ведущий инженер-химик, менеджер по качеству
в лаборатории «Экоаналит» ИБ Коми НЦ УрО РАН

27.01.2012

1 Точные и приближенные числа.

2 Правила округления чисел.

3 Значащие цифры приближенного числа.

4 Способы записи приближенных чисел.

5 Вычисления с приближенными числами.

Литература

СТ СЭВ 543-77 Числа. Правила записи и округления.

ПМГ 96-2009 Государственная система обеспечения единства измерений. Результаты и характеристики качества измерений. Формы представления.

МИ 1317-2004 Государственная система обеспечения единства измерений. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.

Ванчикова Е.В. Химическая метрология и обеспечение качества результатов количественного химического анализа. Ч. 1. Характеристики погрешности результатов количественного химического анализа. Сыктывкар: ИБ Коми НЦ УрО РАН, 2010. 72 с.

Точные и приближенные числа

Точное число абсолютно точно выражает измеренное значение физической величины.

Приближенное число незначительно (с некоторой степенью точности) отклоняется от точного числа и заменяет последнее в вычислениях.

Пример

1) Число навесок – выражено точным числом (5 навесок).

2) Масса образца – выражена приближенным числом (5 г).

Правила округления чисел

1) Если первая из отбрасываемых цифр **больше 5**,
то последняя из сохраняемых цифр **увеличивается на 1**.

Пример

Округлить число до десятых.

8,69 ≈ 8,7

2) Если первая из отбрасываемых цифр **меньше 5**,
то последняя из сохраняемых цифр **остаётся неизменной**.

Пример

Округлить число до десятых.

3,12 ≈ 3,1

Правила округления чисел

3) Если первая из отбрасываемых цифр **равна 5, а за ней нет** и никогда не было цифр, то:

– последняя из сохраняемых цифр остаётся **неизменной**, если она **чётная**;

– последняя из сохраняемых цифр **увеличивается на 1**, если она **нечётная**.

Примеры

Округлить числа до десятых.

2,25 ≈ 2,2

1,75 ≈ 1,8

4) Если первая из отбрасываемых цифр **равна 5, а за ней следуют** одна или несколько цифр,

то последняя из сохраняемых цифр **увеличивается на 1**.

Пример

Округлить число до десятых.

4,253 ≈ 4,3

Округление производят лишь в окончательном результате.

Поэтапное округление может привести к дополнительной погрешности.

Все промежуточные вычисления проводят с одной или двумя запасными цифрами.

Чтобы не было сомнений в правильности округлений, в промежуточном числе следует оставить две запасные цифры.

Пример

Округлить числа 7,46 и 8,52 до целых чисел.

7,46 ≈ 7,5 ≈ **7** (а не ≈ 8)

8,52 ≈ 8,5 ≈ **9** (а не ≈ 8)

В подобных случаях следует использовать исходное значение числа для округления.

больше 5 – последняя из сохраняемых цифр **увеличивается на 1**;
меньше 5 – последняя из сохраняемых цифр **остаётся неизменной**;
равна 5, а за ней нет цифр, то:
– последняя из сохраняемых цифр **остаётся неизменной**, если она **чётная**;
– последняя из сохраняемых цифр **увеличивается на 1**, если она **нечётная**;
равна 5, а за ней следуют цифры – последняя из сохраняемых цифр **увеличивается на 1**.

Примеры

Округлить числа до десятых.

14,28 ≈ 14,3
14,24 ≈ 14,2

14,151 ≈ 14,2
14,253 ≈ 14,3
14,25 ≈ 14,2

14,35 ≈ 14,4
14,054 ≈ 14,1
14,05 ≈ 14,0

Значащие цифры приближенного числа

Значащими цифрами приближенного числа называют все его цифры от первой слева, не равной нулю, до последней записанной цифры справа. При этом нули, следующие из множителя 10^n, не учитывают.

Примеры

1) Число **12,0** имеет три значащие цифры.

2) Число **30** имеет две значащие цифры, но число **3·10** имеет одну значащую цифру.

3) Число $\mathbf{5{,}14 \cdot 10^{-2}}$ имеет три значащие цифры.

4) Число **0,068** имеет две значащие цифры.

5) Число **72000** имеет пять значащих цифр, но число $\mathbf{7{,}2 \cdot 10^{4}}$ имеет две значащие цифры.

6) Число **2,4** имеет две значащие цифры, но число **2,40** имеет три значащие цифры.

Способы записи приближенных чисел

В некоторых справочниках недостоверные цифры показывают в виде нижнего индекса: **$45{,}89_4$**.

Иногда после числа указывают слово «точно»:
1 ч = 60 с (точно);
1 кг = 1000 г (точно).

Более правильно записывать приближенное число
с указанием погрешности измерения данной величины.

МИ 1317-2004:
«**Характеристики погрешности** и их статистические оценки выражают числом, содержащим **не более двух значащих цифр**».

Как записать приближенное число с указанием погрешности?

- **Погрешность** результата измерения указывают:
  – **двумя** значащими цифрами, если первая из них равна **1** или **2**;
  – **одной** значащей цифрой, если первая есть **3 и более** (3,4,5,6,7,8,9).

- Результат измерения **округляют до того же разряда**, которым оканчивается округленное значение абсолютной погрешности.

- Округление производят **лишь в окончательном результате**, а все предварительные вычисления результатов измерений и их погрешностей проводят с одной или двумя лишними значащими цифрами.

Примеры

x = **12,56736**; Δ = **±0,023524** ⟹ **12,567 ± 0,024**;

x = **4583,5**; Δ = **±725,8** ⟹ **4600 ± 700**; $(4{,}6 \pm 0{,}7)\cdot 10^3$

x = **0,283715**; Δ = **±0,00033** ⟹ **0,2837 ± 0,0003**

x = **10,107**; Δ = **±1,011** ⟹ **10,1 ± 1,0**

x = **2078,16**; Δ = **±207,816** ⟹ **2080 ± 210**

x = **8,857**; Δ = **±4,239** ⟹ **9 ± 4**

x = **70533,2**; Δ = **±25861** ⟹ **71000 ± 26000**; $(7{,}1 \pm 2{,}6)\cdot 10^4$

Округляем погрешность → округляем результат

Примеры

правильно: **17,0 ± 0,3**; неправильно: **17 ± 0,3** или **17,00 ± 0,3**

правильно: **22,43 ± 0,28**; неправильно: **22,43 ± 0,3** или **22,4 ± 0,3**

правильно: **46,40 ± 0,15**; неправильно: **46,4 ± 0,2** или **46,402 ± 0,15**

Округляем погрешность → округляем результат

1) Значения физической величины и ее погрешности следует записывать с указанием одной и той же единицы выражения:

масса образца: **(80,527 ± 0,012) г**

2) Диапазон значений физических величин следует записывать так:

температура воздуха	глубина отбора проб
–15 ... –17 °С	**от 20 до 40 см включительно;**
от –15 до –17 °С	**свыше 40 до 60 см включительно;**
–2 ... 0 °С	**(20 – 40) см;**
от –2 до 0 °С	**(20 ÷ 40) см**

Как правило, при любом процессе измерений используют:

- **стандартный образец**

  (его относительная погрешность составляет **не менее 1 %**);

- **дозирующее устройство** для приготовления растворов

  (его относительная погрешность составляет **не менее 1 %**);

- **средство измерения**

  (его относительная погрешность составляет **не менее 1 %**).

Относительная погрешность методики измерений – не менее **3 %**.

В таком случае результат измерения **не может содержать более трех значащих цифр**.

Примеры

$\delta = 3\ \%$

$11{,}1 \pm 0{,}3$

$0{,}911 \pm 0{,}027$

$80{,}1 \pm 2{,}4$

7060 ± 210

602 ± 18

$5{,}10 \pm 0{,}15$

$0{,}0403 \pm 0{,}0012$

$3{,}05 \pm 0{,}09$

$2{,}08 \pm 0{,}06$

Вычисления с приближенными числами

Прежде чем приступить к действиям с приближенными числами, необходимо выяснить **наименее точное приближенное число**, участвующее в вычислениях:

– если при вычислениях используют **только сложение и вычитание**, то наименее точным числом является **число с наименьшим десятичным разрядом;**

– если в вычислениях используют **только умножение и деление**, то наименее точным числом является **число с наименьшим количеством значащих цифр**.

Окончательный результат должен иметь столько десятичных разрядов (в случае сложения или вычитания) или значащих цифр (в случае умножения или деления), сколько их имеет **наименее точное число**, участвующее в вычислении.

Примеры

1) Необходимо **сложить** приближенные числа: **123.579**; **34.1**; **1.4563**; **0.11**.

Наименее точное число **34.1**.

Окончательный результат должен быть округлен до первого десятичного разряда:

159.2453 ≈ **159.2**

2) Необходимо **перемножить** приближенные числа: **45.74**; **1.2511**; **5.6**.

Наименее точное число **5.6** содержит две значащие цифры.

Окончательный результат должен содержать две значащие цифры:

324.46753... ≈ **320**

Недопустимо вести вычисления с бóльшей точностью, чем это требуется по условию задачи.

Пример

Необходимо приготовить раствор, в котором массовая концентрация компонента X – ρ(X), г/см^3.

Для взятия навесок использовали весы разного класса точности.

Навеску растворяли в мерной колбе вместимостью 25 см^3.

Массовую концентрацию X в растворе рассчитывали по формуле:

$$\rho(\mathrm{X}) = \frac{m}{V},$$

где m – масса, г;

V – объём раствора, см^3.

Масса, *m*, г	**Объём раствора, *V*, см^3**	**Массовая концентрация компонента X, ρ(X), г/см^3**
4,3	25,00	0,172 ≈ 0,17
4,29	25,00	0,1716 ≈ 0,172
4,287	25,00	0,17148 ≈ 0,1715
4,2873	25,00	0,171492 ≈ 0,1715

Примеры

X	±Δ	X ± Δ
1049,2	104,92	**1050 ± 100**
2051,0	20,51	**2051 ± 21**
2,961	0,296	**3,0 ± 0,3**
9415,28	3378,14	**9000 ± 3000**
115749,7	24500	**116000 ± 24000**
70032,18	14500,2	**70000 ± 15000**

Округляем погрешность → округляем результат